FRACTIONS ET NOMBRES DECIMAUX

Coupe 3 parts
Obélix!





Diaporama construit d'après la formation de formateurs du mardi 7 Février 2017 menée par Marie Caroline Croset et le groupe maths 38.

Plan de la présentation

- 1/ Mise au point mathématique et didactique
- 2/ Les fractions simples : comment les aborder?
- 3/ Les fractions décimales
- 4/ L'écriture décimale d'un nombre décimal
- 5/ Erreurs observées et points de vigilance
- 6/ Progression et mise en œuvre dans les classes

1/ Mise au point mathématique et didactique

Question 1

1/2 est

- un nombre décimal? →
- une fraction décimale ? →
- les deux ? →
- ni l'un, ni l'autre ? →

Question 2

1/3 est

- un nombre décimal ? →
- une fraction décimale? →
- les deux ?→
- ni l'un, ni l'autre? →

Question 3

Un nombre à virgule est un nombre décimal ? →

Un nombre décimal est un nombre à virgule ?

Question 1

1/2 est

- un nombre décimal ? → VRAI
- une fraction décimale ? → faux
- les deux ? → faux
- ni l'un, ni l'autre ? → faux

Question 2

1/3 est

- un nombre décimal ? → faux
- une fraction décimale? → faux
- les deux ?→ faux
- ni l'un, ni l'autre? → VRAI

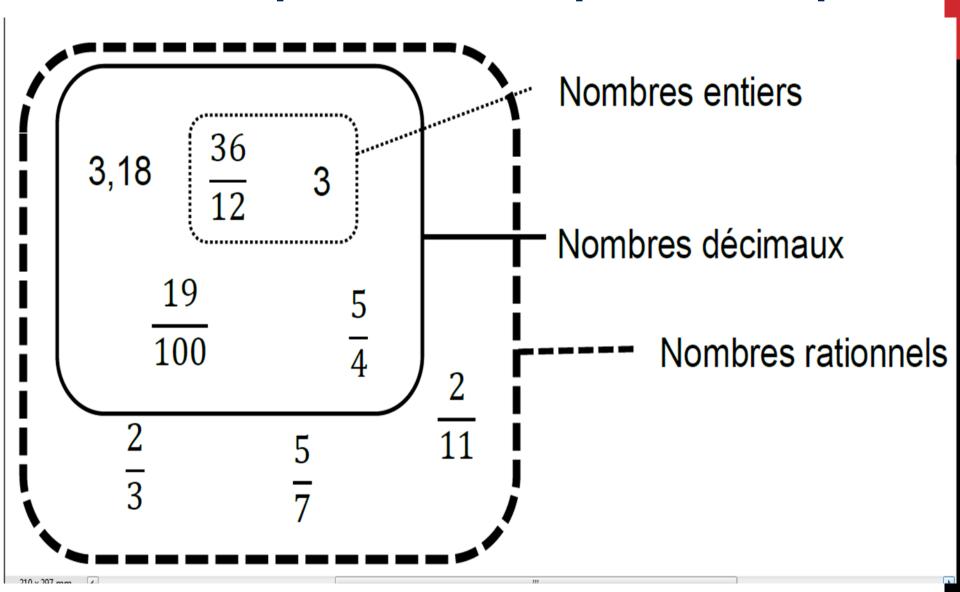
Question 3

Un nombre à virgule est un nombre décimal ? → FAUX

Un nombre décimal est un nombre à virgule ? Pas forcément

Quelles définitions en cycle 3 : fraction, fraction décimale, nombre décimal?

1/ Mise au point mathématique et didactique



1/ Mise au point mathématique et didactique

Plusieurs écritures pour un même nombre....

 $\frac{5}{4}$

un nombre décimal en écriture fractionnaire

125 100 Fraction décimale

1,25

Ecriture décimale limitée

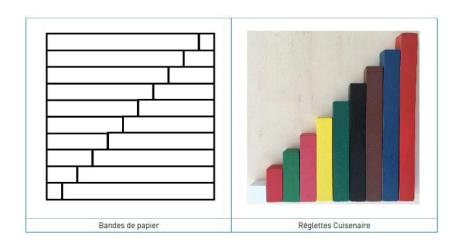
L'écriture décimale est un codage conventionnel d'une somme de fraction décimale

2/ Les fractions simples, comment les aborder ?

Avec des bandes de papier ou des réglettes Cuisenaire





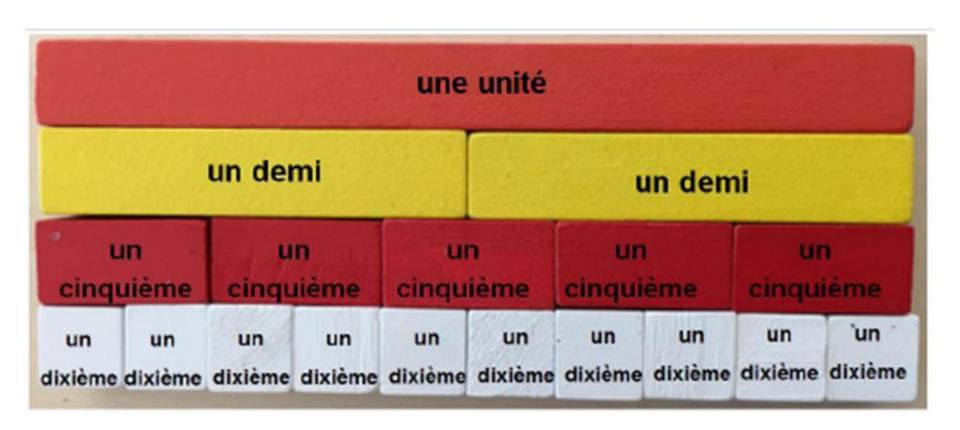


Mises en situation:

1er exemple

L'unité est définie comme étant la longueur de la réglette orange.

On demande aux élèves de trouver la longueur des réglettes jaunes, rouges et blanches.



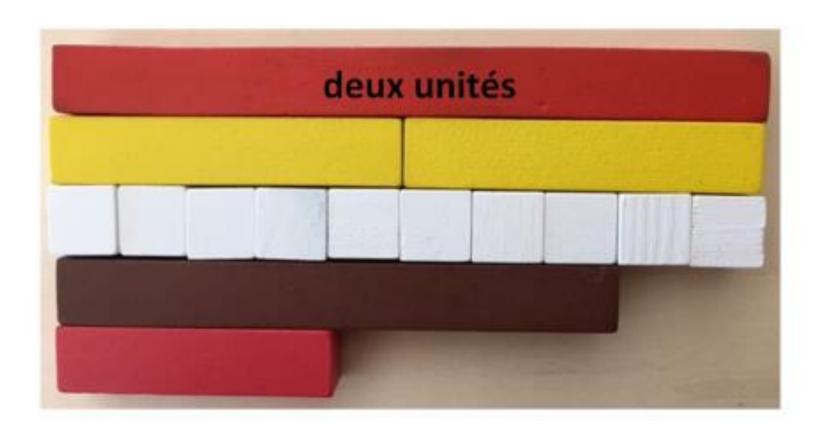
2^{ème} exemple

L'unité étant définie comme étant la réglette bleue, trouver la longueur des réglettes vertes et blanches.



3ème exemple

La réglette orange vaut 2 unités. Il s'agit de trouver la longueur des réglettes jaunes, blanches, marron et roses.



4ème exemple : reconstruction de l'unité

La réglette blanche vaut un septième de l'unité, quelle est l'unité ?



5^{ème} exemple : reconstitution de l'unité

La réglette verte vaut ¾ de l'unité, quelle est l'unité ?

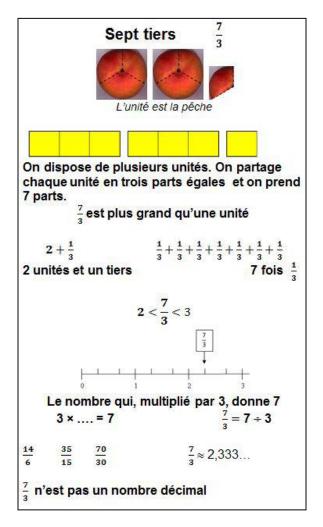


2/ Les fractions simples, comment les aborder?

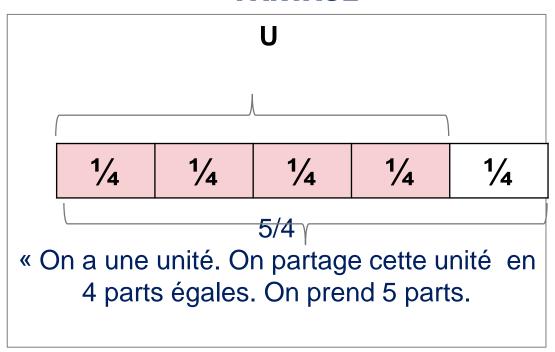
Bande unité	Réglettes	Points de vigilance	
Proposer des situations concrètes, avec des manipulations		Commencer tôt dans l'année de CM1	
Une fraction peut être plus gr	Expliciter les termes unité, dénominateur et numérateur		
Unité de comptage comme sous partie de l'unité de référence			
Manipuler différents supports (bande, réglettes, disque, cartons)		Proposer différentes entrées pour stabiliser la notion de fraction	
Importance de l'oral pour parler les fractions		Privilégier l'oral avant l'écrit	
Pliage en parts équitables		Valider le partage équitable	

2/ Les fractions simples

LA CARTE D'IDENTITÉ D'UN NOMBRE



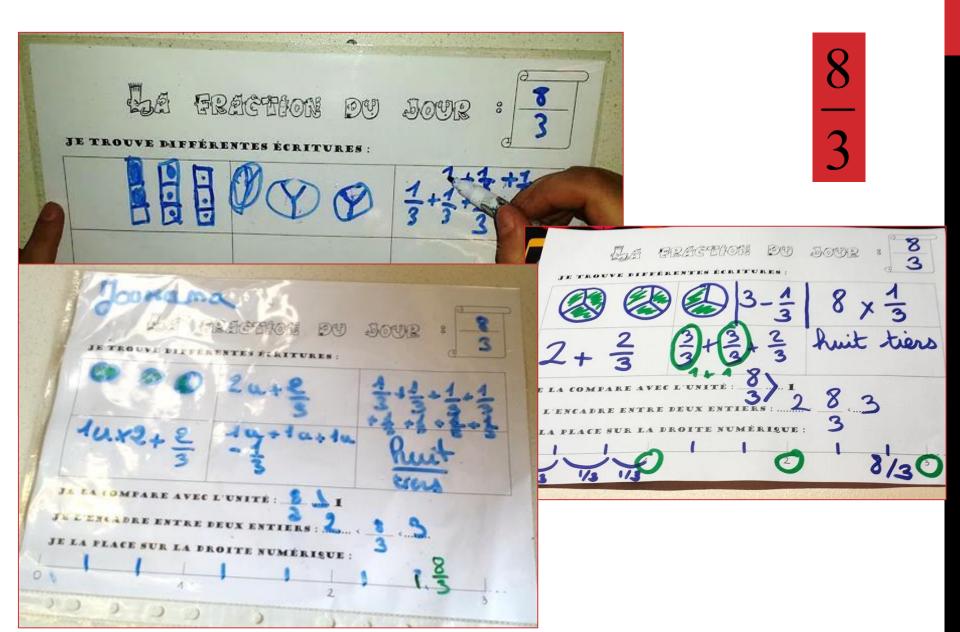
DÉFINITION DE LA FRACTION PARTAGE



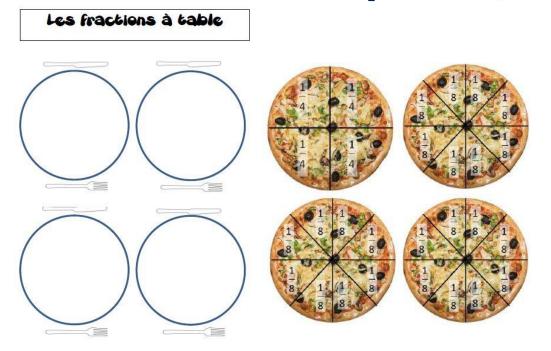
Deux niveaux d'institutionnalisation

En fin de séance : bilan oral ou écrit Au sein de la séquence: institutionnalisation élaborée à partir des bilans précédents et sur des exemples étudiés.

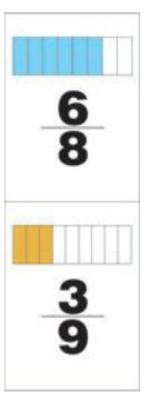
2/ Les fractions simples : importance de l'entrainement



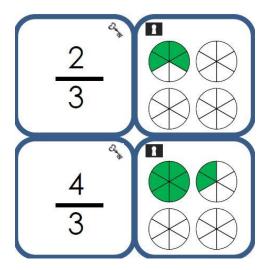
2- Les fractions simples: importance de l'entraînement



Bataille des fractions

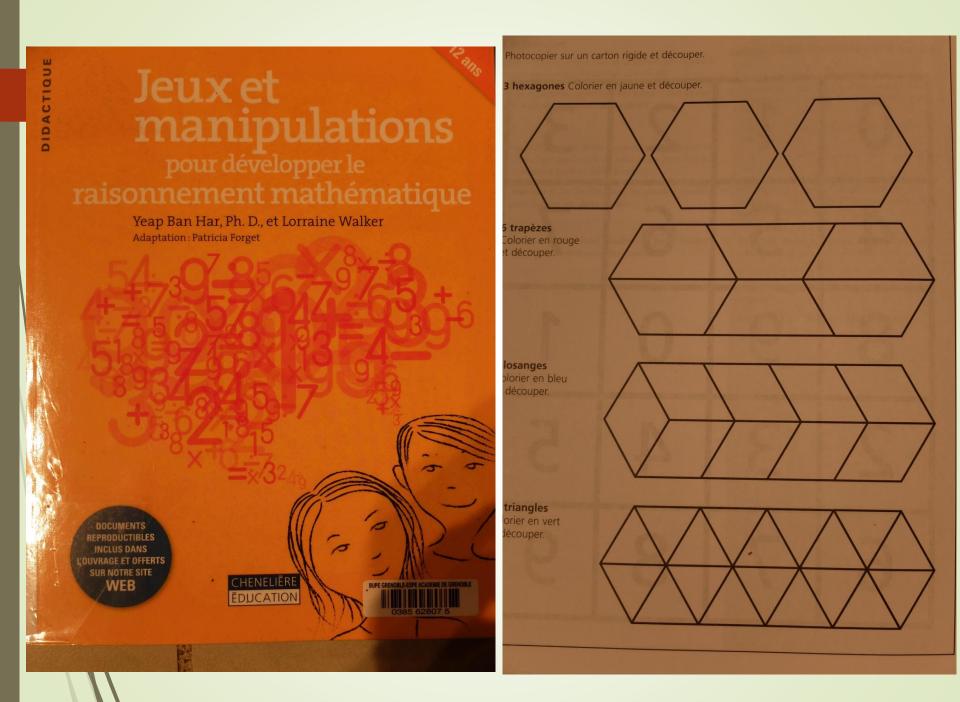


Association de fractions

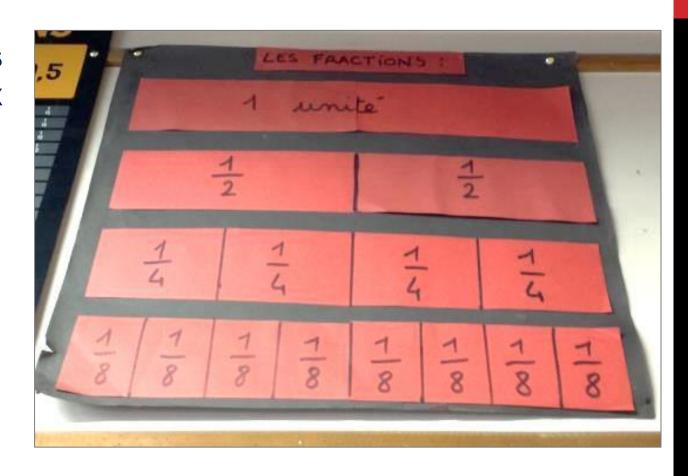


Par le biais d'activités rituelles, de jeux, par des décompositions réalisées à l'oral,...

Ces notions doivent continuer à être travaillées de manière régulière.

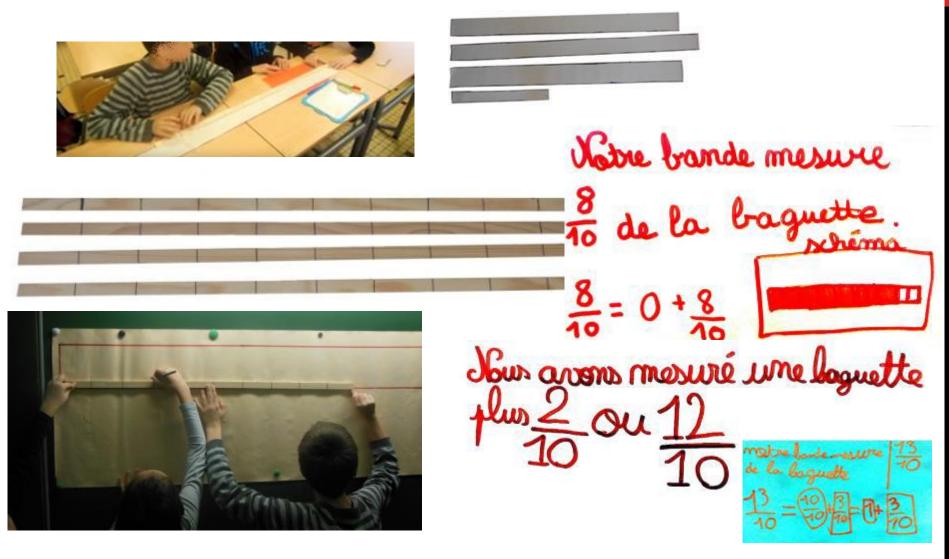


Des fractions simples aux fractions décimales... sans rupture.



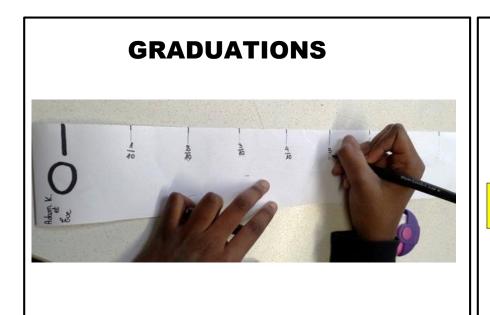
3/Les fractions décimales: de la fraction simple à la fraction décimale

Situation de l'annexe 2 (Eduscol), CM1



Ermel CM2

Deux situations à mettre en œuvre.



FRACTIONS-ÉTIQUETTES



3/ Les fractions décimales Ermel CM2

Activité 1 – **construction de l'unité** : à partir du dixième de l'unité donné, placer une unité sur la bande.



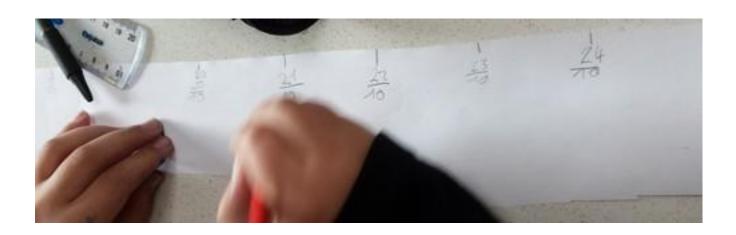
Ermel CM2



Ermel CM2

Activité 2 – placement sur la droite graduée : utilisation des unités placées et du dixième.

 $\frac{8}{10} \qquad \frac{27}{10}$



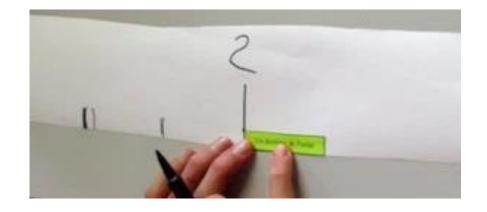
Ermel CM2

Travail sur les différentes égalités :

$$\frac{10}{10} = 1$$

$$\frac{8}{10} = 1 - \frac{2}{10}$$

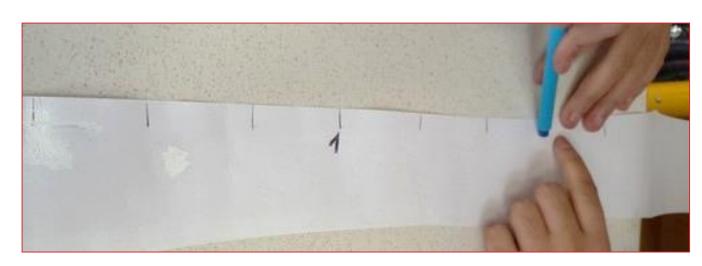
$$\frac{27}{10} = 2 + \frac{7}{10}$$



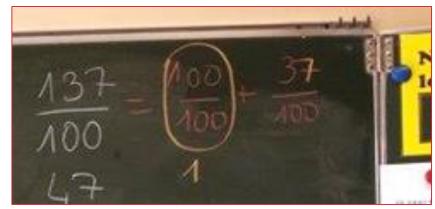
Ermel CM2

Activité 3 – **aborder les centièmes** : Comment pourrions-nous placer?

 $\frac{137}{100}$



- C'est plus grand que l'unité!
- On ne peut pas être précis.
- C'est 37/100 après 1.
- On le place après 13/10."



Ermel CM2

Appui sur les écritures et les décompositions, explicitation des relations utilisées

$$\frac{100}{100} = 1$$

$$\frac{1}{10} = \frac{10}{100}$$

$$\frac{137}{100} = 1 + \frac{37}{100}$$

$$\frac{137}{100} = \frac{13}{10} + \frac{7}{100}$$



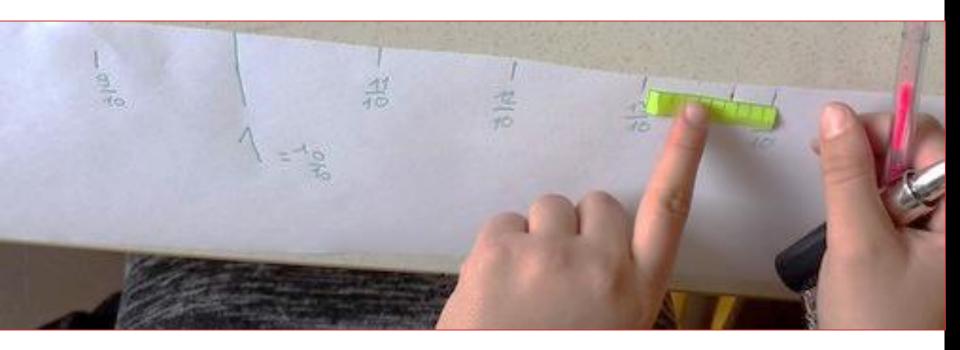
100



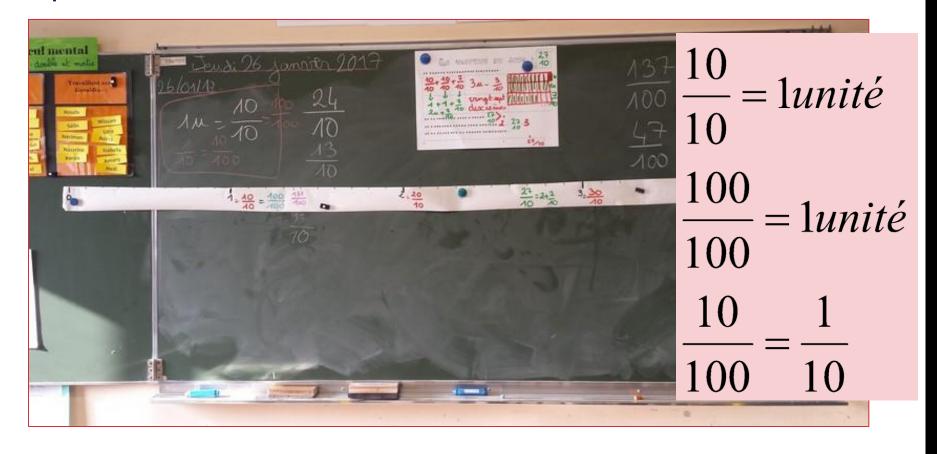
Ermel CM2

Utilisation d'un "nouveau" dixième gradué en centièmes.

 $\frac{137}{100}$



A l'issue de la séance, on dispose du matériel de référence pour les élèves et pour la classe ainsi qu'une trace écrite explicitant les relations entre fractions décimales.



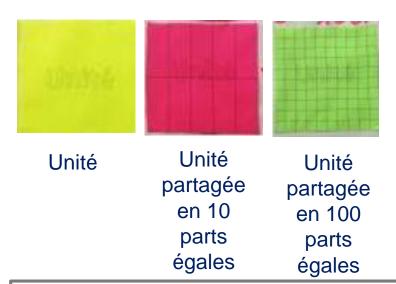
Le support du rituel "fraction du jour" évolue (droite graduée).

		FRACTION		POOR	
JE TR	OUVE DII	FFÉRENTES ÉCRITU	TRES:		
	нуу с				
TE LA	COMPARI	E AVEC L'UNITÉ :	T		
		ENTRE DEUX ENTIE		< <	¥
JE LA PLACE SUR LA DROITE GRADUÉE :					
		TA DROLLE GRAD			um pujas pains papapapapapa

3/ Les fractions décimales situation "FRACTIONS-ETIQUETTES"

Présentation du matériel.

Construction du nombre indiqué sur la carte avec le matériel unité.

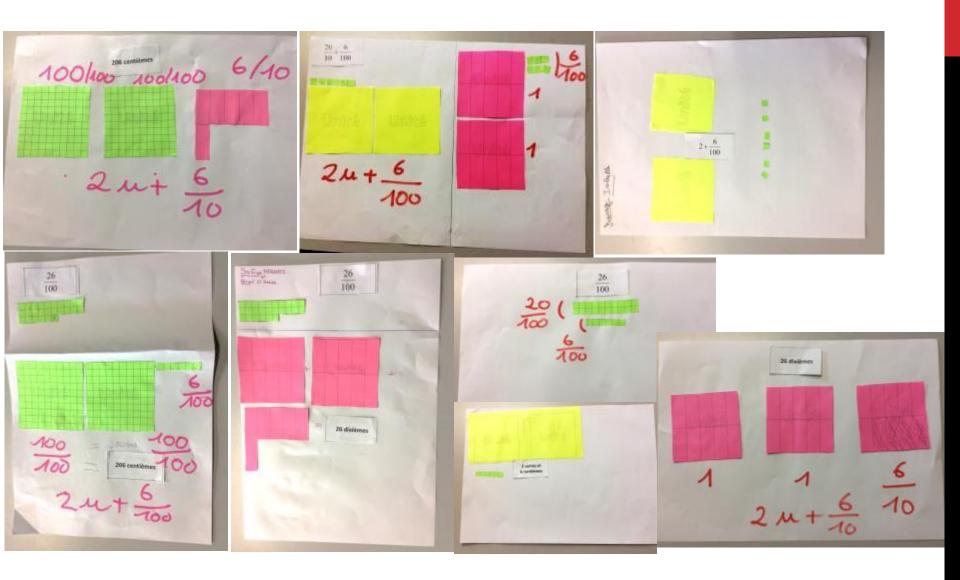


2 unités et 6 centièmes	206 centièmes		
26 dixièmes	$\frac{26}{100}$		
$2 + \frac{6}{100}$	$\frac{20}{10} + \frac{6}{100}$		

Source: Eduscol

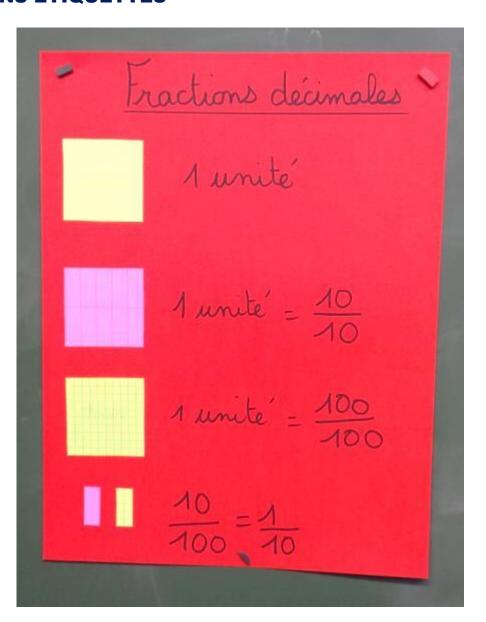
http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/41/8/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_2_673418.pdf

COMPARER L'ECRITURE DES FRACTIONS DECIMALES



3/ Les fractions décimales SITUATION "FRACTIONS-ETIQUETTES"

Affiche avec le matériel de référence



3/ Les fractions décimales : points de vigilance

- Aborder les fractions décimales dans une continuité avec les fractions simples et dans l'optique des écritures à virgule.
- Travailler les 2 grandeurs (surface et longueur).
- Utiliser l'oral, s'appuyer sur l'oral.
- Construire un matériel de référence qui servira pour les écritures à virgule.
- Créer des images mentales pour se représenter le centième comme dix fois plus petit que le dixième (importance du matériel).
- Apporter de l'aisance sur les écritures : passer de 730 centièmes à 73 dixièmes et à 7 unités et 3 dixièmes.

4/ L'écriture décimale d'un nombre décimal

1. Etapes pour introduire

On n'introduit pas un nouveau nombre mais une nouvelle écriture!

Enrichissements des situations connues.

Placer dans un tableau de numération

- Un entier
- Un entier qui nécessite l'ajout d'une colonne
- Un entier sous sa forme fractionnaire

-	Centaines		0		
		2	8		
3	0	4	7		20 2
Translate Selection of the Association of the Selection o			3	PAR	30=3

4/ L'écriture décimale d'un nombre décimal

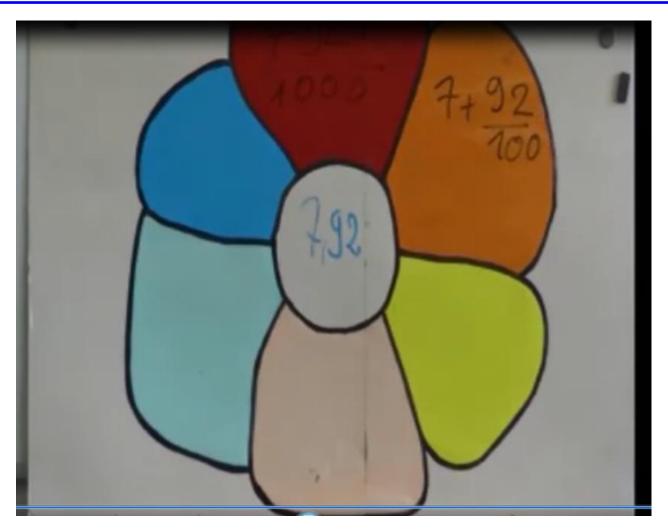
1. Etapes pour l'introduire :

Placer dans un tableau de numération

- Un entier
- Un entier qui nécessite l'ajout d'une colonne
- Un entier sous sa forme fractionnaire
- Un nombre décimal non entier sous sa forme fractionnaire qui nécessite l'ajout d'un colonne

Ker	Cantainas	Dizaines	Unites	MILMINE
		2	8	Secretary and the second secretary second
3	0	4	7	The constitution of evidence of the forest and of the constitution
Options of the Seasons of cold to decided			3	CAR
a - an tacher it community full dates but may			3	5

4/ L'écriture décimale d'un nombre décimal Différentes écritures d'un nombre décimal.



QUESTIONS FLASH...

- Combien de dixièmes dans ³⁵²/₁₀₀?
- Quel est le chiffre des dixièmes dans ⁷³⁴/₁₀₀?
- Calculer: 3 fois ⁴²/₁₀
- Un dixième partagé en 10, c'est ...
- 100 fois un dixième, c'est ...
- Deux fois un dixième c'est : a) un centième b) un vingtième c) deux dixièmes d) deux vingtièmes
- La moitié de la moitié de l'unité, c'est ...
- La moitié de l'unité plus la moitié de l'unité, c'est ...
- Lecture de représentations de fractions diverses ou de situations du type « réglette cuisenaire » (cf situation 1)
- En calcul en ligne, calcul de périmètres (cf situation 4)
- En calcul en ligne : 2 unités et 57 centièmes + 5 unités et 8 dixièmes = ?
- En calcul en ligne : 35 dixièmes 13 centièmes = ?
- En calcul en ligne : « À la boulangerie j'achète 3 croissants à 1,10 €, 2 baguettes à 80 centimes et une brioche à 4,40 €. Quel est le montant de mes achats ? »
- Donner plusieurs autres écritures de : « le quart de 13 unités »
- Donner plusieurs autres écritures de : « 13 quarts de l'unité »
- Quel est le nombre d'unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Quel est le chiffre des unités dans 6 dizaines et 60 dixièmes ?
- Combien y a-t-il de millimètres dans 15 cm ?
- Quel est le nombre entier compris entre ³²⁸/₁₀₀ et 43 dixièmes ?

Eduscol Annexe 2 : De la fraction simple à la fraction décimale

4/ L'écriture décimale d'un nombre décimal

« 17 n'est pas un nombre décimal »

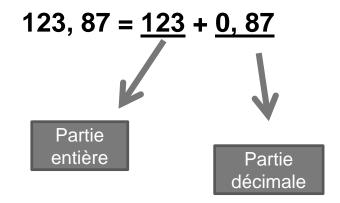
Eviter de définir un nombre décimal comme « un nombre ayant une virgule ».

>17 est un nombre décimal qui peut s'écrire sous la forme d'une fraction décimale (17/1 ou 170/10 ou 1700/100 etc.

➤On parlera plutôt d'écriture à virgule plutôt que de nombre à virgule.

Ecriture ou affichage à privilégier:

Au cycle 3 : être vigilant lorsque l'on parle de partie entière et de partie décimale d'un nombre décimal.



Dans 123,87 : la partie décimale est 87 centième, c'est-à-dire 0, 87 (non pas 87!)

4/ L'écriture décimale d'un nombre décimal

Des points de vigilance

- On n'introduit pas un nouveau nombre mais une nouvelle écriture
- La virgule est un faux problème: « la traiter comme un détail. »
- Attention à la formulation des règles

Malgré tout...
des difficultés, des erreurs chez les élèves...

Formulation des règles : comment mieux dire ?

Dans les classes, quelle est la règle souvent donnée pour multiplier un nombre décimal par 10, 100, 1000 ?

Pour multiplier un nombre décimal par 10, on déplace la virgule d'un rang vers la droite. »
« Pour multiplier un nombre décimal par 100, on déplace la virgule de deux rangs vers la droite. »
« Pour multiplier un nombre décimal par 1000, on déplace la virgule de trois rangs vers la droite

Formulation des règles : comment mieux dire ?

Evaluations 2008 : Entrée en 6e

Exercice 30

a) Donne le résultat de 23 × 10

b) Donne le résultat de 35,2 × 100

28,9 % répondent 3500,2 ou 35,200 ou 3500,200 Si on applique à la lettre :

> 6,75 x 10 La règle marche.

> 6,75 x 100

La règle ne marche pas : disparition de la virgule

 $>6,75 \times 1000$

La règle ne marche pas : disparition de la virgule et ajout d'un zéro

Qu'en est-il du sens?

8 unités 7 dixièmes et 5 centièmes multipliés par 10... 8,75 X 10

Chaque chiffre prend une valeur 10 fois supérieure.

Ce n'est pas la virgule qui se déplace mais le chiffre! 87,5

Formulation des règles : comment mieux dire ?

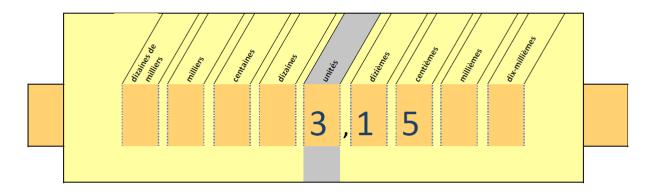
Dans un tableau de numération

	Dizaines	Unités	Dixièmes	Centièmes	Millièmes
Nombre de départ		8	7	5	
Nombre multiplié par 10					

Le nombre se déplace sur la gauche... Est-ce que la virgule bouge ? Non...

Formulation des règles : comment mieux dire ?

Le glisse-nombre



Le « glisse-nombre » est un outil permettant d'illustrer le fait que lorsque l'on multiplie ou divise un nombre par une puissance de 10 ce n'est pas la virgule qui se déplace mais les chiffres qui composent le nombre qui prennent une valeur 10 fois supérieure ou 10 fois inférieure.

Quelques exemples d'erreurs...

À repérer, à analyser.

Quelles réponses apporter aux élèves ?

« 3,82 > 3,9 »

Explicitation et raisonnement à privilégier au cycle 3.

Comparaison des nombres formés par les chiffres après la virgule (82 >9 donc 3,82 > 3,9).

- ➤ Privilégier une verbalisation systématique plutôt qu'une technique automatisée conduisant à <u>« mettre » des 0</u> pour avoir des nombres de même taille.
- ≥3,82 c'est 3 unités et 82 centièmes et 3,9 c'est 3 unités de 90 centièmes; 90 centièmes est plus grand que 82 centièmes...

Points de vigilance au cycle 2.

Le recours systématique aux outils du type de tableau de numération ne doit pas être exclusif.

- ➤ Un travail régulier doit être mené sur la composition des écritures chiffrées accompagnée d'une verbalisation orale (« dans 532 et 543, on peut comparer le nombre de dizaines dans chaque nombre... »)
- ➤ Eviter de parler de longueur des nombres lorsque l'on veut comparer deux nombres.

$\ll 1/4 = 1,4$ $\gg ou \ll 23/10 = 23,10$ $\gg 0$

Explicitation et raisonnement à privilégier au cycle 3

Le trait de fraction est vu comme un « séparateur » entre deux entiers, au même titre que la virgule.

- ➤On peut comparer par rapport à l'unité : 1,4 c'est 1 unité et 4 dixièmes, 1/4 c'est moins que 4/4 donc plus petit qu'une unité.
- ➤On peut recourir à un encadrement 2<23/10<3

« 2,4 + 3,15 = 5,19 » ou bien « 8 x 1,5 = 8,40 »

Explicitation et raisonnement à privilégier au cycle 3.

L'écriture du nombre décimal n'est pas mise en lien avec les fractions décimales. Le nombre décimal est considéré comme 2 entiers séparés par une virgule.

- ≥2,4 + 3,15 = 2 unités et 4 dixièmes + 3 unités et 15 centièmes = 5 unités et 40 centièmes et 15 centièmes = 5 unités et 55 centièmes
- ➤ 8 fois 1,5 c'est 8 fois 15 dixièmes c'est 120 dixièmes c'est-à-dire 12.

Points de vigilance au cycle 2

Travailler la verbalisation orale de la décomposition des nombres entiers lorsqu'on les additionne.

≥234 + 21 c'est 2
centaines et 34 unités et
21 unités c'est 2 centaines
et 55 unités.

Suite à compléter : 13,8; 13,9; « 13, 10 »

Explicitation et raisonnement à privilégier au cycle 3.

Points de vigilance au cycle 2

L'écriture à virgule n'est pas mise en lien avec les fractions décimales.

Si l'on ajoute un dixième à 13,9 on obtient 13 unités et 10 dixièmes or 10 dixièmes, c'est une unité. Donc 13,9 et un dixième c'est 14 unités.

Dans l'étude de la suite des nombres, le passage à la dizaine supérieure s'accompagne d'une verbalisation orale et de manipulations.

➤ Rituels des groupements par 10 : « le nombre après 19 : j'ajoute 1 unité à 9 unités, cela fait 10 unités, c'est-à-dire 1 dizaine...

« 2,37 x 10 = 2,370 ou 2, 37 x 10 = 20,37 »

Explicitation et raisonnement à privilégier au cycle 3

Multiplier par 10, c'est donner à chaque chiffre une valeur 10 fois plus grande, le chiffre des unités devient donc le chiffre des dizaines etc.

➤ 12, 37x 10= 123,7 :
12,37 x 10 c'est donc 12 dizaines , 3 unités et 7 dixièmes donc 123,7

➤Voir outil « glissenombre »

Point de vigilance au cycle 2

La règle « multiplier par 10, c'est ajouter 0 » est à proscrire pour les nombres entiers car elle ne se prolonge pas aux nombres décimaux.

Lorsqu'on multiplie un nombre par 10, il devient 10 fois plus grand, chacun de ses chiffres prend une valeur 10 fois plus grande, le chiffre des unité a « glissé » vers la gauche

$$23 \times 10 = 230$$

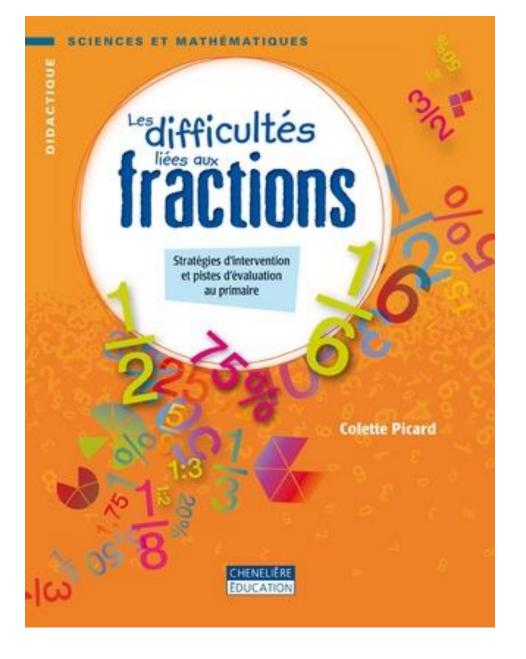
Confusion entre dizaine et dixième (1 dizaine < 1 centaine mais 1 dixième > 1 centième) ou 2 unités et 7 centièmes = 2, 007

Explicitation et raisonnement à privilégier au cycle 3

La focale doit être mise sur le chiffre des unités, c'est autour de ce chiffre que s'exerce une symétrie dizaine/dixième, centaine/centième etc.
C'est donc le chiffre des unités qui est en rouge et non la virgule.

➤123, 76 : cent vingt trois unités et soixante-seize centièmes Point de vigilance au cycle 2

On peut repasser par la représentation pour avoir un ordre de grandeur (taille de la part, position sur une droite graduée)



Fractions sim	p <u>l</u> es	
Privilégier l'o	Fractions décimales	Nombres décimaux
fractions ava	- '	On aborde une nouvelle écriture et non un
l'écriture fra	de l'année	nouveau nombre. Distinguer l'écriture du
		nombre
Conserver l'o	Entraîner les élèves à réa	Définir le nombre décimal comme un nombre
au long de l'a	1/3, ¼ , ½	pouvant s'écrire comme une fraction décimale (et
Définir l'écrit		non comme un <i>nombre</i> à virgule)
reports de b-	Proposer des jeux et ritue	Is
divisé par b -	entrainer	Réactiver le thème 2, l'écriture fractionnaire à
·		l'écrit et à l'oral
Progression a	Proposer des supports va	ri
dès la périod	travailler les grandeurs lo	ոք Le discours du PE doit se focaliser sur les <i>rangs</i> :
fractions usu	aire en particulier pour le	- Chiffre des unités (et non position de la virgule)
fractions déc	centièmes (situation 2 and	
Importance of		non ajout d'un zéro) : 56 x 10 = 560
séance et de		- Chiffre prenant une valeur dix fois supérieure (et
sein de la séc	y a différentes écritures d	'լ non la virgule qui se déplace)
référence po	nombre (cf. rituels fleurs)	- 6 unités et 7 dixièmes (et non « 6 virgule 7 » ni
comme une		« 67 sur 10 » !).
		· •••

6/ Progression et mise en œuvre dans les classes

Progression (on reprendra la progression en CM2 dans une logique « spiralaire » une progressivité sans rupture.

Le nombre décimal est introduit pour pallier l'insuffisance des nombres entiers (notamment pour les mesures de grandeurs)

Approche de nouveaux nombres en écriture fractionnaire

(période 2, CM1)

Les nombres décimaux sous leur forme de fractions décimales

(période 3, CM1)

(période 4-5, CM1)

Mise en œuvre, dans votre classe, d'une des situations ci-dessous :

- 1/ Ficelle ou bande de papier : annexe 2 ou 3, situation 1
- **2/ Les fractions étiquettes :** annexe 2, situation 2 et annexe 3, situation 3
- 3/ Droite graduée : diapo 25 à 33
- 4/ Questions « flash » : annexes 2 et 3, situation 4
- 5/ Utilisation des réglettes 'Cuisenaire' : annexe 1, situation 1
- 6/ Carte d'identité du nombre ou fleur des représentations : annexe 1, situation 2 ou annexe 3, situation 5

Relever des éléments significatifs observés durant la (les) séances en portant une attention particulière aux erreurs des élèves.

Sitographie et bibliographie :

Ressources Eduscol:

Fractions et nombres décimaux au cycle 3

http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Fractions_et_decimaux/60/1/RA16_C3_MATH_frac_dec_doc_maitre_V2_681601.pdf

• Exemples d'erreurs observées

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions et decimaux/24/8/RA16 C3 MATH frac dec doc maitre tableaux 676248.pdf

• Annexe 1 : découverte des fractions en commençant par les fractions simples

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions et decimaux/41/6/RA16 C3 MATH frac dec annexe 1 673416.pdf

Annexe 2 : de la fraction simple à la fraction décimale

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions et decimaux/41/8/RA16 C3 MATH frac dec annexe 2 673418.pdf

Annexe 3 : introduction de l'écriture à virgule

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/42/0/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_3_673420.pdf

• Annexe 4 : le glisse-nombres

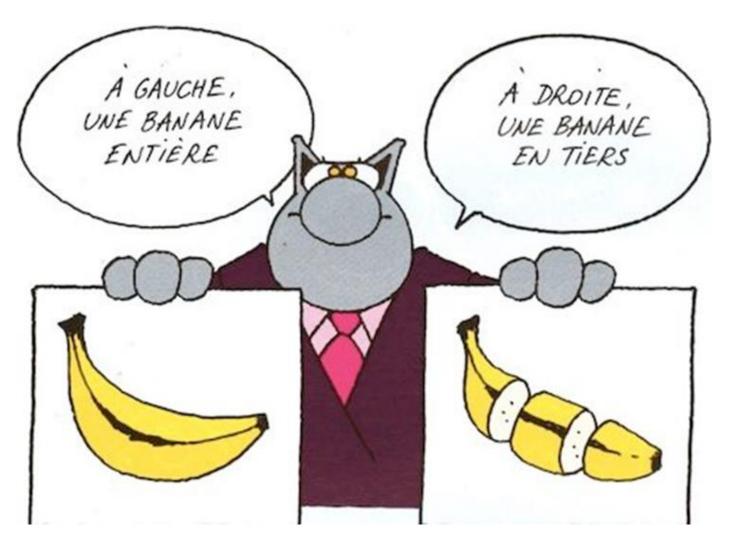
http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/42/2/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_4_673422.pdf

Annexe 5 : le guide-âne

http://cache.media.education.gouv.fr/file/Fractions_et_decimaux/42/4/RA16_C3_MATH_frac_dec_annexe_5_673424.pdf

Ouvrages:

Jeux et manipulations pour développer le raisonnement mathématique, Ban Har, Walker, Chenelière éducation Les difficultés liées aux fractions, C. Picard, Chenelière éducation



Merci pour votre attention!